ESAME DI GEOMETRIA

Corso di Laurea in Ingegneria

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

Cognome _____ **Nome** _____ **Corso** _____

---

1) Calcolare modulo e argomento del numero complesso $z = (\sqrt{3} - i)^7$.

2) Determinare un polinomio $P(x) \in \mathbb{R}[x]$ di grado minimo avente $2 + i$ come radice e tale che $P(0) = 10$.

3) Data la conica $C:\ 5x^2 + 4xy + 2y^2 - 12 = 0$, stabilire di che tipo di conica si tratta e determinarne una forma canonica.

4) Trovare la proiezione ortogonale Q del punto $P = (2, 0, 3)$ sulla retta $r:\ x - y = z - 1 = 0$ e calcolare la distanza di P da r.

5) Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la trasformazione lineare tale che

$$f(1,1,0) = (1,2,1), \qquad f(1,-1,0) = (3,0,-1), \qquad f(0,0,1) = (0,1,2).$$

Determinare la matrice associata a f rispetto alle basi canoniche.

Sia $h \in \mathbb{R}$ e sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & h \\ 0 & h+1 & 0 \\ h & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

6) Determinare quante soluzioni ha, al variare di $h \in \mathbb{R}$, il sistema lineare $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h+1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

7) Per $h = 1$ la matrice A è diagonalizzabile? Se lo è, determinare una matrice diagonale simile ad A.

8) Per $h = 2$ la matrice A è invertibile? Se lo è, determinare A^{-1}.

9) Sia $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo associato ad A mediante le basi canoniche. Per $h = 1$ determinare equazioni per $\ker g$ e la dimensione di $\operatorname{Im} g$; stabilire inoltre per quali valori di h l'endomorfismo g è un isomorfismo.

10) Dare la definizione di autovalore e di autovettore di un endomorfismo.