Imposta progressiva per scaglioni — esercizi svolti

Esercizio 1 — tre scaglioni (0%, 15%, 25%)

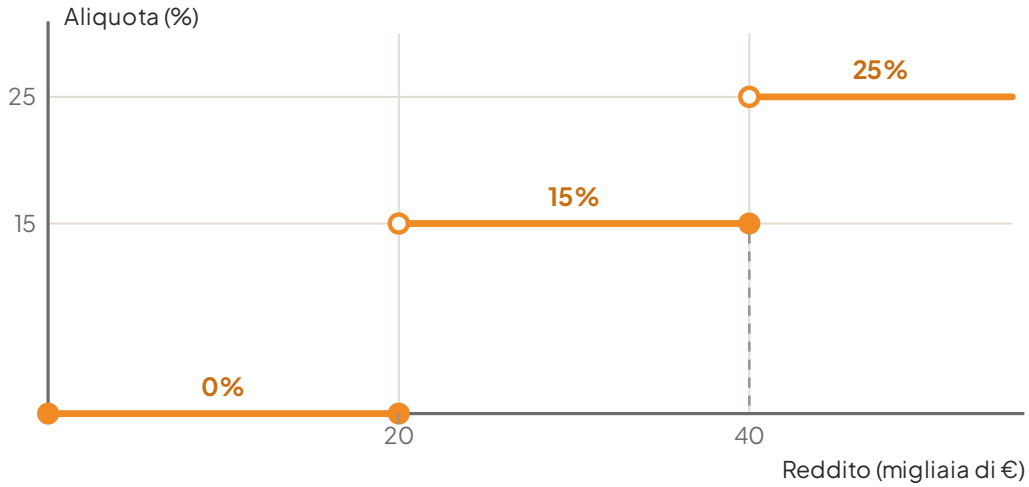
1 La tassa è progressiva per scaglioni:

- reddito fino a $20\,000\,€$: aliquota dello 0%;
- reddito oltre $20\,000\,€$ e fino a $40\,000\,€$: aliquota del 15%;
- reddito oltre $40\,000\,€$: aliquota del 25%.

a) Disegna il grafico dell'aliquota in funzione del reddito. **b)** Scrivi l'equazione della funzione. **c)** Calcola l'imposta dovuta per un reddito di $42\,500\,€$.

A) GRAFICO DELL'ALIQUOTA

1. **Cosa rappresentiamo.** Sull'asse x mettiamo il reddito, sull'asse y l'aliquota in percentuale. Per ogni reddito esiste una sola aliquota: è una funzione.
2. **Forma del grafico.** L'aliquota resta costante finché il reddito non supera una soglia ($20\,000$ e $40\,000$), poi cambia di colpo: il grafico è una **funzione a gradini**.
3. **Pallini.** In $x = 20\,000$ l'aliquota è ancora 0% (pallino pieno, la soglia appartiene al primo scaglione); il gradino del 15% parte da un pallino vuoto. Stessa cosa in $x = 40\,000$.



B) EQUAZIONE DELLA FUNZIONE

1. Indichiamo con x il reddito e con y l'aliquota (in %). Scriviamo un caso per ogni scaglione.
2. Usiamo il simbolo $\leq$ in corrispondenza delle soglie, così ogni reddito (anche $40\,000$) ha una sola aliquota.

FUNZIONE ALIQUOTA

$$y = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \leq x \leq 20\,000 \\ 15 & \text{se } 20\,000 < x \leq 40\,000 \\ 25 & \text{se } x > 40\,000 \end{cases}$$

C) IMPOSTA SU $42\,500\,€$

1. **Individua lo scaglione.** $42\,500 > 40\,000$: il reddito arriva fino al terzo scaglione.
2. **Spezza il reddito.** $42\,500 = 20\,000 + 20\,000 + 2\,500$: i primi $20\,000$ stanno nel primo scaglione, i successivi $20\,000$ nel secondo, i restanti $2\,500$ (cioè $42\,500 - 40\,000$) nel terzo.
3. **Applica a ogni parte la sua aliquota** e somma:
   $I = 0 \cdot 20\,000 + 0{,}15 \cdot 20\,000 + 0{,}25 \cdot 2\,500 = 0 + 3\,000 + 625$

RISULTATO
$I = 3\,625\,€$

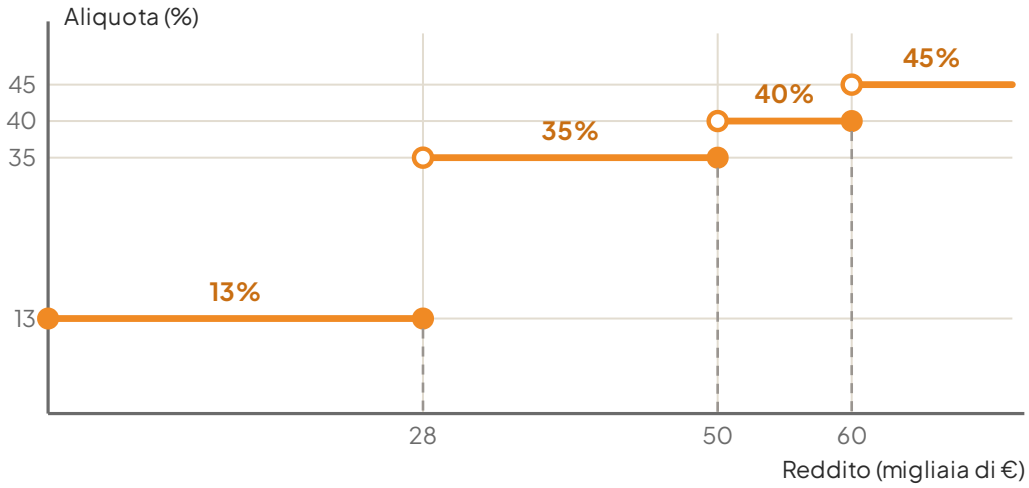
Esercizio 2 — quattro scaglioni (13%, 35%, 40%, 45%)

2 La funzione aliquota è

$$y = \begin{cases} 13 & 0 \le x \le 28\,000 \\ 35 & 28\,000 < x \le 50\,000 \\ 40 & 50\,000 < x \le 60\,000 \\ 45 & x > 60\,000 \end{cases}$$

Calcola l'imposta per un reddito $r = 57\,000\,€$.

1. **Disegno.** Le soglie sono $28\,000$, $50\,000$ e $60\,000$: quattro gradini.



2 **Individua lo scaglione.** $50\,000 < 57\,000 \leq 60\,000$: il reddito si ferma nel terzo scaglione, il quarto non viene toccato.

3 **Scaglioni pieni.** Il primo è pieno (da 0 a $28\,000$), il secondo è pieno (da $28\,000$ a $50\,000$, cioè $22\,000$ euro).

4 **Parte che resta nel terzo scaglione.** $57\,000 - 50\,000 = 7\,000$ euro, tassati al 40%.

5 **Somma.**
$I = 0{,}13 \cdot 28\,000 + 0{,}35 \cdot (50\,000 - 28\,000) + 0{,}40 \cdot (57\,000 - 50\,000)$

6 **Calcolo.**
$I = 3\,640 + 7\,700 + 2\,800$

RISULTATO
$I = 14\,140\,€$

Esercizio 3 — cinque scaglioni (23% … 43%)

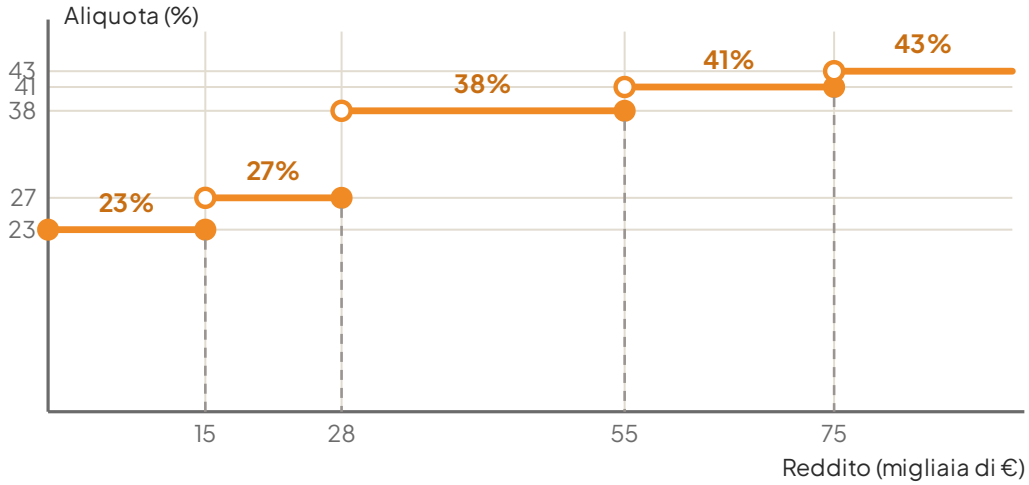
3 Imposta progressiva per scaglioni:

- fino a $15\,000\,€$: 23%;
- oltre $15\,000\,€$ e fino a $28\,000\,€$: 27%;
- oltre $28\,000\,€$ e fino a $55\,000\,€$: 38%;
- oltre $55\,000\,€$ e fino a $75\,000\,€$: 41%;
- oltre $75\,000\,€$: 43%.

Disegna il grafico dell'aliquota e scrivi l'equazione della funzione.

1 **Leggi la tabella.** Le soglie sono $15\,000$, $28\,000$, $55\,000$, $75\,000$: quattro soglie, quindi cinque scaglioni e cinque gradini.

2 **Grafico.** Ogni gradino è una semiretta orizzontale chiusa a destra (pallino pieno) e aperta a sinistra (pallino vuoto).



3 **Equazione.** Un caso per scaglione, con $\leq$ sulla soglia superiore:

FUNZIONE ALIQUOTA

$$y = \begin{cases} 23 & 0 \leq x \leq 15\,000 \\ 27 & 15\,000 < x \leq 28\,000 \\ 38 & 28\,000 < x \leq 55\,000 \\ 41 & 55\,000 < x \leq 75\,000 \\ 43 & x > 75\,000 \end{cases}$$

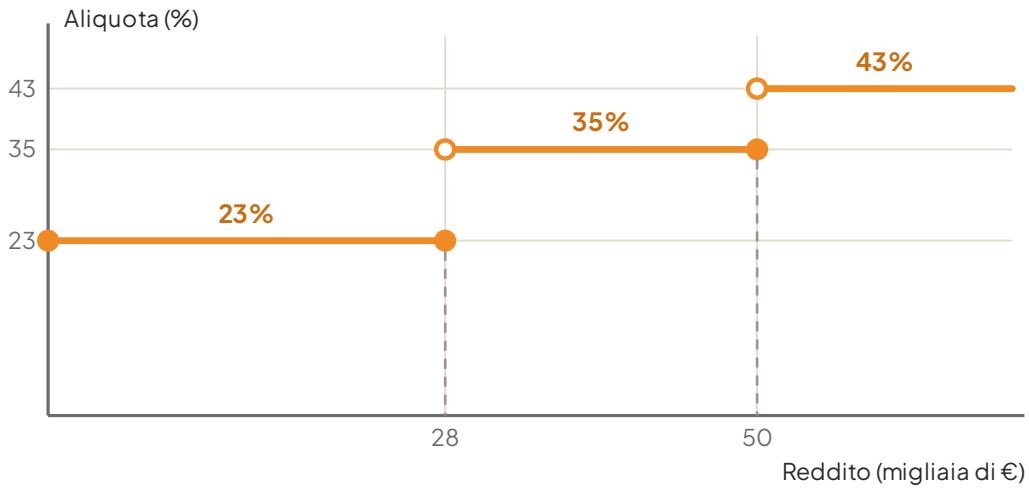
Esercizio 4 — IRPEF (23%, 35%, 43%)

4 Scaglioni in vigore in Italia: **1.** se $0 \leq x \leq 28\,000$: 23%; **2.** se $28\,000 < x \leq 50\,000$: 35%; **3.** se $x > 50\,000$: 43%.

- Disegna il grafico dell'aliquota in funzione di x.
- Scrivi l'equazione della funzione IRPEF y.
- Disegna il grafico della funzione IRPEF.

1. GRAFICO DELL'ALIQUOTA

1 Come negli esercizi precedenti: due soglie ($28\,000$ e $50\,000$), tre gradini.



2. EQUAZIONE DELLA FUNZIONE IRPEF

1 **Cosa cerchiamo.** Ora y non è l'aliquota ma l'**imposta** $y = f(x)$ in euro, con x il reddito. Cerchiamo una formula per ogni scaglione.

2 **Primo scaglione,** $0 \leq x \leq 28\,000$**.** Tutto il reddito è tassato al 23%:
$y = 0{,}23\,x$

3 **Secondo scaglione,** $28\,000 < x \leq 50\,000$**.** I primi $28\,000$ pagano il 23%; la parte che resta, $x - 28\,000$, paga il 35%:
$y = 0{,}23 \cdot 28\,000 + 0{,}35\,(x - 28\,000) = 6\,440 + 0{,}35x - 9\,800 = 0{,}35x - 3\,360$

4 **Terzo scaglione,** $x > 50\,000$. Pagano il 23% i primi $28\,000$, il 35% i successivi $22\,000$ (da $28\,000$ a $50\,000$) e il 43% la parte oltre $50\,000$:

$$y = 0{,}23 \cdot 28\,000 + 0{,}35 \cdot 22\,000 + 0{,}43\,(x - 50\,000)$$
$$= 6\,440 + 7\,700 + 0{,}43x - 21\,500 = 0{,}43x - 7\,360$$

ATTENZIONE Il termine noto del terzo tratto è $-7\,360$: $6\,440 + 7\,700 - 21\,500 = -7\,360$. Controllalo con la continuità: in $x = 50\,000$ entrambi i tratti devono dare $14\,140$.

FUNZIONE IRPEF

$$y = \begin{cases} 0{,}23\,x & 0 \le x \le 28\,000 \\ 0{,}35\,x - 3\,360 & 28\,000 < x \le 50\,000 \\ 0{,}43\,x - 7\,360 & x > 50\,000 \end{cases}$$

CONTROLLO DI CONTINUITÀ

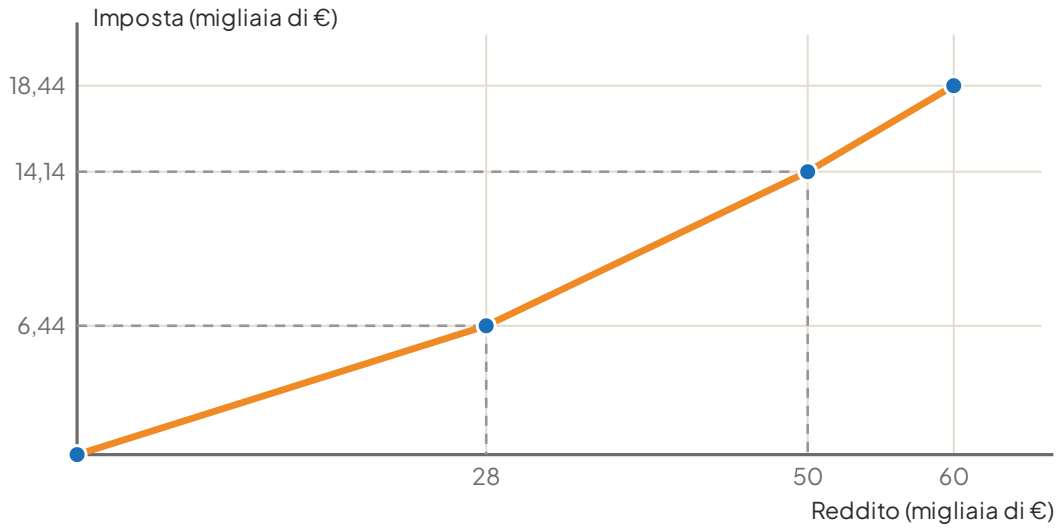
✓ In $x = 28\,000$: $0{,}23 \cdot 28\,000 = 6\,440$ e $0{,}35 \cdot 28\,000 - 3\,360 = 9\,800 - 3\,360 = 6\,440$.

✓ In $x = 50\,000$: $0{,}35 \cdot 50\,000 - 3\,360 = 14\,140$ e $0{,}43 \cdot 50\,000 - 7\,360 = 21\,500 - 7\,360 = 14\,140$. Le formule si raccordano.

3. GRAFICO DELLA FUNZIONE IRPEF

1 Ogni tratto è un segmento (retta), quindi bastano i punti di raccordo: $(0;\ 0)$, $(28\,000;\ 6\,440)$, $(50\,000;\ 14\,140)$. Per il terzo tratto prendiamo anche $x = 60\,000$: $0{,}43 \cdot 60\,000 - 7\,360 = 18\,440$.

2 Congiungiamo i punti. La pendenza dei tratti è $0{,}23$, $0{,}35$, $0{,}43$: la spezzata diventa sempre più ripida.



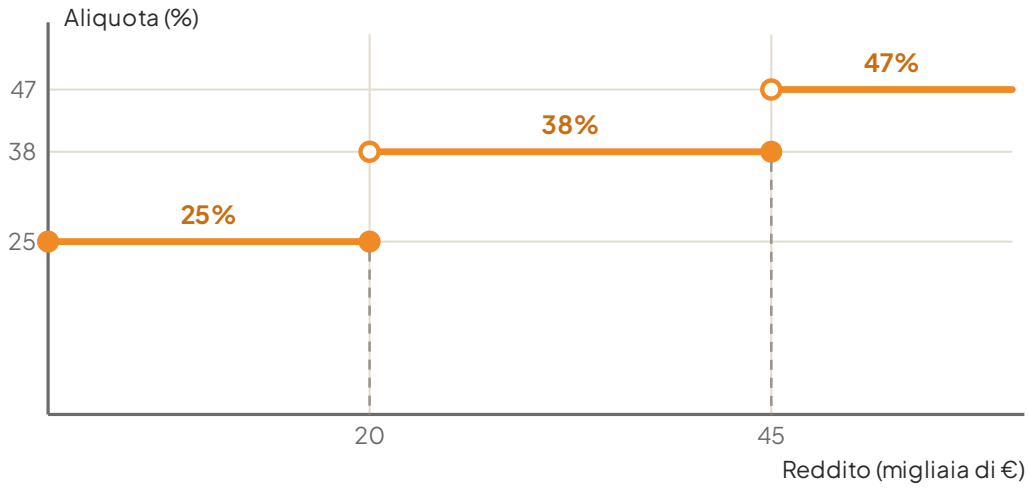
Esercizio 5 — aliquote 25%, 38%, 47%

5 Aliquote: **25%** per i redditi non superiori a $20\,000\,€$; **38%** per la parte di reddito che eccede $20\,000\,€$ e non supera $45\,000\,€$; **47%** per la parte di reddito che supera $45\,000\,€$.

- **1)** Disegna il grafico dell'aliquota in funzione del reddito.
- **2)** Scrivi la funzione che esprime l'imposta y in funzione del reddito x ($x \geq 0$) e disegnane il grafico.
- **3)** Calcola l'imposta su un reddito di $48\,000\,€$ e verifica il risultato sul grafico.
- **4)** Calcola l'aliquota media per $x = 48\,000$.

1) GRAFICO DELL'ALIQUOTA

1 Soglie in migliaia di euro: 20 e 45. Tre gradini, a 25%, 38% e 47%.



2) FUNZIONE IMPOSTA

1 **Primo scaglione,** $0 \leq x \leq 20\,000$.
$y = 0{,}25\,x$

2 **Secondo scaglione,** $20\,000 < x \leq 45\,000$. I primi $20\,000$ pagano il 25% ($0{,}25 \cdot 20\,000 = 5\,000$); la parte $x - 20\,000$ paga il 38%:
$y = 0{,}25 \cdot 20\,000 + 0{,}38\,(x - 20\,000) = 5\,000 + 0{,}38x - 7\,600 = 0{,}38x - 2\,600$

3 **Terzo scaglione,** $x > 45\,000$**.** Il secondo scaglione è pieno e vale $0{,}38 \cdot (45\,000 - 20\,000) = 0{,}38 \cdot 25\,000 = 9\,500$:

$$y = 0{,}25 \cdot 20\,000 + 0{,}38 \cdot 25\,000 + 0{,}47\,(x - 45\,000)$$
$$= 5\,000 + 9\,500 + 0{,}47x - 21\,150 = 0{,}47x - 6\,650$$

ATTENZIONE $5\,000 + 9\,500 = 14\,500$, e $14\,500 - 21\,150 = -6\,650$ (non $-8\,550$): il secondo scaglione pieno vale 9 500, non 7 600.

RIASSUMENDO

$$y = \begin{cases} 0{,}25\,x & 0 \le x \le 20\,000 \\ 0{,}38\,x - 2\,600 & 20\,000 < x \le 45\,000 \\ 0{,}47\,x - 6\,650 & x > 45\,000 \end{cases}$$

Pendenze. I coefficienti di x sono le aliquote: $m_1 = 0{,}25$, $m_2 = 0{,}38$, $m_3 = 0{,}47$.

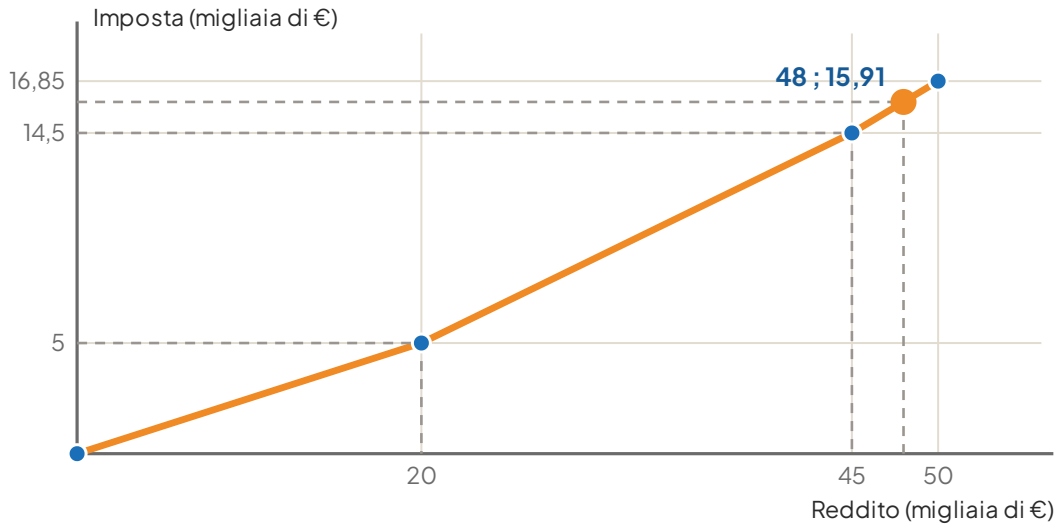
GRAFICO DELL'IMPOSTA

1 **Tabelle di valori.** Per ogni tratto servono due punti (basta un segmento):

①	x	y	②	x	y	③	x	y
	0	0		20000	5000		45000	14500
	20000	5000		45000	14500		50000	16850

2 Verifica dei valori: $0{,}38 \cdot 45\,000 - 2\,600 = 17\,100 - 2\,600 = 14\,500$ e $0{,}47 \cdot 50\,000 - 6\,650 = 23\,500 - 6\,650 = 16\,850$. In $x = 20\,000$ e $x = 45\,000$ i tratti si raccordano ($5\,000$ e $14\,500$).

3 Disegniamo la spezzata (assi in migliaia di euro).



3) IMPOSTA SU $48\,000\,€$

1 **Scaglione.** $48\,000 > 45\,000$: si usa il terzo tratto, $y = 0{,}47\,x - 6\,650$.

2 **Calcolo.**
$y = 0{,}47 \cdot 48\,000 - 6\,650 = 22\,560 - 6\,650 = 15\,910\,€$

3 **Verifica per scaglioni.**
$5\,000 + 9\,500 + 0{,}47 \cdot (48\,000 - 45\,000) = 5\,000 + 9\,500 + 1\,410 = 15\,910$: stesso risultato.

4 **Verifica sul grafico.** Il punto di ascissa 48 (migliaia) sta sul terzo segmento, tra $(45;\ 14{,}5)$ e $(50;\ 16{,}85)$: partendo da $14{,}5$ si sale di $0{,}47$ per ogni migliaio, quindi $14{,}5 + 3 \cdot 0{,}47 = 15{,}91$. Il punto segnato sul grafico coincide.

RISULTATO
$I(48\,000) = 15\,910\,€$

4) ALIQUOTA MEDIA PER $X = 48\,000$

1 **Definizione.** L'aliquota media è il rapporto tra l'imposta e il reddito:

$$a_m = \frac{\text{imposta}}{\text{reddito}}$$

2 **Calcolo.**

$$a_m = \frac{15\,910}{48\,000} \approx 0{,}3315 \approx 33\%$$

SIGNIFICATO
È come se avessi pagato il 33% sull'**intero** reddito di $48\,000\,€$. È minore dell'aliquota dell'ultimo scaglione (47%) perché i primi euro sono tassati con aliquote più basse.

Esercizio 6 — aliquote 10%, 22%, 30%, 42%

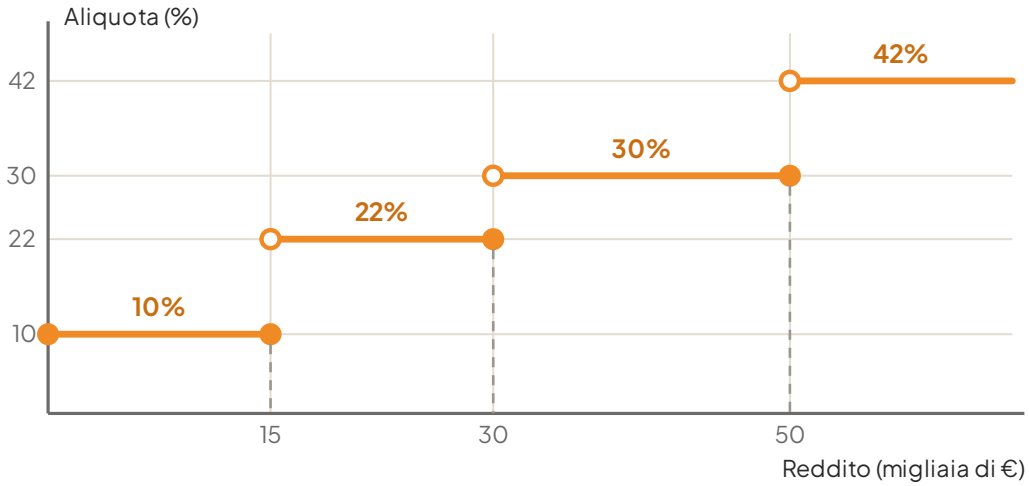
6 Imposta progressiva per scaglioni:

- imposta del 10% fino a $15\,000\,€$;
- imposta del 22% per la parte di reddito che eccede $15\,000\,€$ e non oltre $30\,000\,€$;
- imposta del 30% per la parte che eccede $30\,000\,€$ e non oltre $50\,000\,€$;
- imposta del 42% per la parte di reddito che eccede $50\,000\,€$.

1. Grafico. **2.** Equazione della funzione. **3.** Calcola l'imposta per un reddito di **a)** $20\,000\,€$, **b)** $45\,000\,€$, **c)** $60\,000\,€$.

1. GRAFICO DELL'ALIQUOTA

1 Soglie $15, 30, 50$ (migliaia di euro); quattro gradini: $10\%, 22\%, 30\%, 42\%$.



2. EQUAZIONE DELLA FUNZIONE ALIQUOTA

FUNZIONE ALIQUOTA

$$y = \begin{cases} 10 & \text{se } 0 \le x \le 15\,000 \\ 22 & \text{se } 15\,000 < x \le 30\,000 \\ 30 & \text{se } 30\,000 < x \le 50\,000 \\ 42 & \text{se } x > 50\,000 \end{cases}$$

3. IMPOSTA NEI TRE CASI

a **Reddito** $20\,000$ €**.** Sta nel secondo scaglione ($15\,000 < 20\,000 \leq 30\,000$): primo scaglione pieno ($15\,000$ al 10%) e parte che resta $20\,000 - 15\,000 = 5\,000$ al 22%.

$$I = 0{,}10 \cdot 15\,000 + 0{,}22 \cdot (20\,000 - 15\,000) = 1\,500 + 1\,100 = 2\,600\,€$$

b **Reddito** $45\,000$ €**.** Terzo scaglione: primo e secondo pieni (il secondo vale $30\,000 - 15\,000 = 15\,000$ euro al 22%), poi $45\,000 - 30\,000 = 15\,000$ al 30%.

$$I = 0{,}10 \cdot 15\,000 + 0{,}22 \cdot (30\,000 - 15\,000) + 0{,}30 \cdot (45\,000 - 30\,000)$$
$$= 1\,500 + 3\,300 + 4\,500 = 9\,300\,€$$

c **Reddito** $60\,000$ €**.** Quarto scaglione: i primi tre sono pieni (il terzo vale $50\,000 - 30\,000 = 20\,000$ euro al 30%), poi $60\,000 - 50\,000 = 10\,000$ al 42%.

$$I = 1\,500 + 3\,300 + 0{,}30 \cdot (50\,000 - 30\,000) + 0{,}42 \cdot (60\,000 - 50\,000)$$
$$= 1\,500 + 3\,300 + 6\,000 + 4\,200 = 15\,000\,€$$

RISULTATI

$I(20\,000) = 2\,600\,€$ $\quad$ $I(45\,000) = 9\,300\,€$ $\quad$ $I(60\,000) = 15\,000\,€$