Monomi, polinomi, scomposizioni e frazioni algebriche

Liceo scientifico · secondo anno · verifica sommativa

COGNOME E NOME	CLASSE	DATA

- Svolgi tutti gli esercizi sul foglio protocollo, riportando **tutti i passaggi**: il risultato senza procedimento non viene valutato.
- Per le frazioni algebriche indica sempre le **condizioni di esistenza** prima di semplificare.
- Nelle scomposizioni scomponi **fino ai fattori irriducibili** in $\mathbb{R}$.
- Il punteggio di ogni esercizio è indicato accanto al titolo.

ESERCIZIO 1 — 2,0 p.

Monomi ed espressioni polinomiali

a) Semplifica il seguente prodotto di monomi:

$$\left(\tfrac{2}{3}a^2b\right)^3 : \left(-\tfrac{4}{9}a^3b^2\right) \cdot \left(-\tfrac{1}{2}ab\right)$$

b) Sviluppa e riduci in forma normale, poi scomponi il risultato:

$$(x-2)^3 - x(x-3)(x+3) + 2\left(3x^2-2\right)$$

In b) conviene sviluppare il cubo di binomio e riconoscere la differenza di quadrati.

ESERCIZIO 2 — 2,0 p.

Scomposizione in fattori

a)

$$x^3 - 2x^2 - 9x + 18$$

b)

$$4a^2 - b^2 + 4a + 1$$

In a) prova il raccoglimento parziale; in b) cerca un trinomio quadrato nascosto.

ESERCIZIO 3 — 1,5 p.

Divisione tra polinomi

Esegui la divisione

$$\left(6x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 8x + 3\right) : \left(2x^2 - x + 1\right)$$

indicando quoziente $Q(x)$ e resto $R(x)$. Verifica poi l'identità $A(x) = B(x) \cdot Q(x) + R(x)$.

ESERCIZIO 4 — 2,5 p.

Regola di Ruffini e teorema del resto

a) Senza eseguire la divisione, determina il resto di $(2x^3 - 5x^2 + x + 6) : (x - 3)$.

b)

Scomponi in fattori con la regola di Ruffini: $x^3 - 4x^2 + x + 6$.

c) Determina il valore di k per cui il polinomio $x^3 + kx^2 - 2x + 4$ è divisibile per $(x - 2)$.

ESERCIZIO 5 — 1,0 p.

Frazioni algebriche — livello base

Determina le condizioni di esistenza e semplifica:

$$\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} - \frac{4}{x^2-1}$$

ESERCIZIO 6 — 1,0 p.

Frazioni algebriche — livello avanzato

Determina le condizioni di esistenza e semplifica:

$$\left(\frac{2x}{x^2-9} + \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3}\right) : \frac{x^2+6x+9}{x^3-27}$$

Ricorda che anche il divisore deve essere diverso da zero.

Corrispondenza punteggio → voto. Il punteggio grezzo su 10 punti coincide con il voto. Sufficienza a 6,0 punti. Gli esercizi 1, 2 e 4 sono suddivisi in punti indipendenti: ogni parte viene valutata separatamente. Un risultato corretto senza passaggi vale metà del punteggio previsto.