# Verifica di goniometria 3

INFOMAAT
CENTRO RIPETIZIONI
SINCE 2011

Nome e cognome _____ Classe _____ Data _____

Trigonometria dei triangoli, geometria analitica ed equazioni

## TEST A RISPOSTA MULTIPLA

**1** In un triangolo $ABC$ si ha $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$ e $a = 4$ (lato opposto ad $\alpha$). Il lato $b$ misura:

(A) $4\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) $8$

**2** In un triangolo $ABC$ si ha $b = 3$, $c = 5$ e $\alpha = 60°$. Il lato $a$ misura:

(A) $\sqrt{34}$ (B) $7$ (C) $\sqrt{19}$ (D) $4$

**3** Un triangolo ha due lati di misura 6 e 8 che formano un angolo di $30°$. La sua area è:

(A) $24$ (B) $12$ (C) $12\sqrt{3}$ (D) $24\sqrt{3}$

**4** In un triangolo $ABC$ si ha $a = 5$ e $\alpha = 30°$. Il raggio della circonferenza circoscritta è:

(A) $10$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $5\sqrt{3}$ (D) $5$

**5** In un triangolo rettangolo l'ipotenusa misura 10 e un angolo acuto è $30°$. Il cateto adiacente a quell'angolo misura:

(A) $5\sqrt{3}$ (B) $5$ (C) $10\sqrt{3}$ (D) $5\sqrt{2}$

**6** Gli angoli $\alpha, \beta, \gamma$ di un triangolo sono tali che $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ e $\cos\beta = \frac{5}{13}$, con $\alpha$ e $\beta$ acuti. Quanto vale $\tan\gamma$?

(A) $-\frac{63}{16}$ (B) $\frac{63}{16}$ (C) $\frac{16}{63}$ (D) $\frac{33}{56}$

**7** Qual è la tangente dell'angolo acuto formato dalle rette $y = 2x$ e $y = -2x$?

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $4$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $3$

**8** Il luogo descritto da $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \cos 2t \end{cases}$ con $t \in [0, 2\pi]$ è:

(A) un arco di parabola di vertice $(0, -1)$ (B) una circonferenza

(C) una parabola intera (D) un'ellisse

**9** Il luogo descritto da $\begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$ ha equazione:

(A) $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1$

(B) $9x^2 + 4y^2 = 1$

(C) $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$

(D) $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$

**10** Quante soluzioni ha l'equazione $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ in $[0, 2\pi)$?

(A) $2$ (B) $3$ (C) $4$ (D) $6$

**11** Le soluzioni di $\tan x = -\sqrt{3}$ in $[0, 2\pi)$ sono:

(A) $\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}$

(B) $\dfrac{5\pi}{6}, \dfrac{11\pi}{6}$

(C) $\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{5\pi}{3}$

(D) $\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}$

**12** La disequazione $\sin x > \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ in $[0, 2\pi)$ ha come soluzione:

(A) $\dfrac{\pi}{3} < x < \dfrac{2\pi}{3}$

(B) $\dfrac{\pi}{6} < x < \dfrac{5\pi}{6}$

(C) $\dfrac{\pi}{3} < x < \dfrac{5\pi}{6}$

(D) $0 < x < \dfrac{\pi}{3}$

**13** Un triangolo ha lati $a = 7, b = 8, c = 9$. Quanto vale $\cos\alpha$?

(A) $\dfrac{11}{21}$ (B) $\dfrac{2}{7}$ (C) $\dfrac{1}{3}$ (D) $\dfrac{2}{3}$

## ASSOCIAZIONE

**14** Associa a ogni funzione il suo grafico.

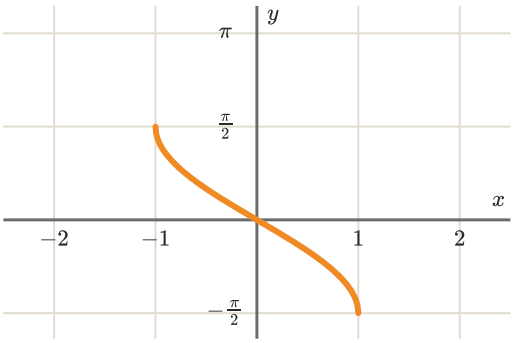
**a** $y = \arcsin x$

**b** $y = \arccos x$

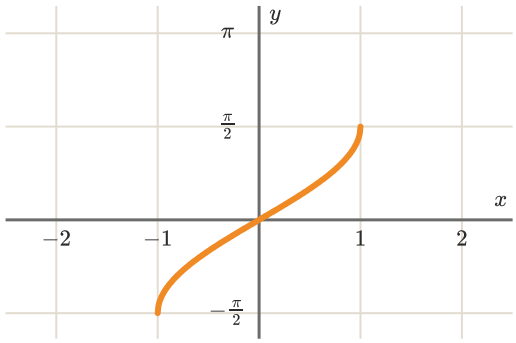
**c** $y = \arctan x$

**d** $y = -\arcsin x$

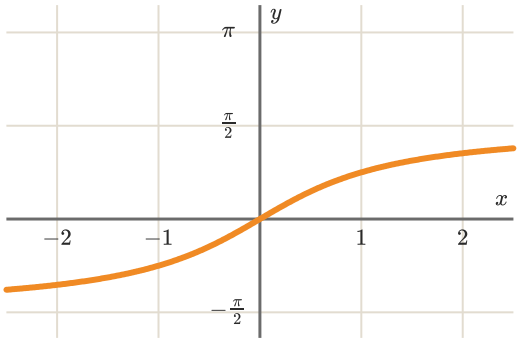
**A**



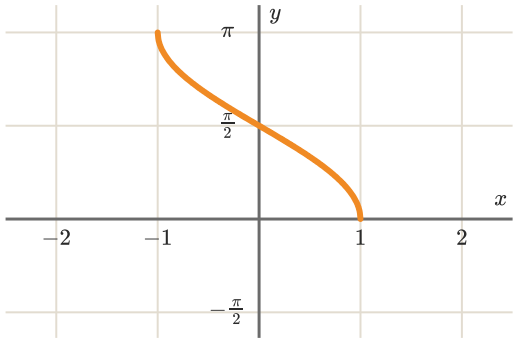

**B**




**C**




**D**




**a** → _____ **b** → _____ **c** → _____ **d** → _____

## VERO O FALSO

**15** Stabilisci se ciascuna affermazione è vera o falsa.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a** | In ogni triangolo $ABC$ vale $\sin(\alpha + \beta) = \sin\gamma$. | V | F |
| **b** | In ogni triangolo $ABC$ vale $\cos(\alpha + \beta) = \cos\gamma$. | V | F |
| **c** | In un triangolo di lati 3, 4 e 5, il coseno dell'angolo opposto al lato 5 vale 0. | V | F |
| **d** | Le rette $y = 2x$ e $y = -\dfrac{x}{2}$ formano un angolo di $90°$. | V | F |
| **e** | L'equazione $\sin x = \dfrac{3}{2}$ ha due soluzioni in $[0, 2\pi)$. | V | F |
| **f** | La funzione $y = \arctan x$ è definita solo per $\lvert x\rvert \leq 1$. | V | F |

## DIMOSTRAZIONI

**16** Dimostra il teorema del coseno $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$, ponendo il vertice $A$ nell'origine e il vertice $C$ sul semiasse positivo delle ascisse.

**17** Dimostra la formula di sottrazione della tangente $\tan(\alpha - \beta) = \dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$ partendo dalle formule di sottrazione di seno e coseno.

## QUESITI DA GARA DI MATEMATICA · CINQUE OPZIONI

**18** In un triangolo $ABC$ si ha $\sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma = 3 : 5 : 7$. Quanto misura l'angolo maggiore?

(A) $90°$ (B) $100°$ (C) $120°$ (D) $135°$ (E) $150°$

**19** Un triangolo $ABC$ ha $AB = 13$, $BC = 14$, $CA = 15$. Quanto vale $\sin\beta$?

(A) $\dfrac{5}{13}$ (B) $\dfrac{3}{5}$ (C) $\dfrac{4}{5}$ (D) $\dfrac{12}{13}$ (E) $\dfrac{56}{65}$

**20** Se $\alpha$ è acuto e $\tan\alpha + \cot\alpha = 3$, quanto vale $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha$?

(A) $\dfrac{5}{9}$ (B) $\dfrac{7}{9}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) $\dfrac{8}{9}$ (E) $\dfrac{1}{9}$

# Soluzioni

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** A | **2** C | **3** B | **4** D | **5** A | **6** B | **7** C | **8** A | **9** D | **10** B |
| **11** C | **12** A | **13** D | **18** C | **19** D | **20** B | **14** a→B b→D c→C d→A | | | |
| **15** aV · bF · cV · dV · eF · fF | | | | **16-17** dimostrazioni: vedi svolgimento | | | | | |

**1** **A** Teorema dei seni: $\dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{a}{\sin\alpha} \Rightarrow b = \dfrac{4\sin 45°}{\sin 30°} = \dfrac{4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{2}$.

**2** **C** Teorema del coseno: $a^2 = 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 60° = 34 - 15 = 19$, quindi $a = \sqrt{19}$.

**3** **B** $S = \dfrac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 30° = \dfrac{1}{2} \cdot 48 \cdot \dfrac{1}{2} = 12$.

**4** **D** $\dfrac{a}{\sin\alpha} = 2R \Rightarrow 2R = \dfrac{5}{1/2} = 10$, quindi $R = 5$.

**5** **A** Il cateto adiacente è $10\cos 30° = 10 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$.

**6** **B** $\cos\alpha = \dfrac{4}{5}, \tan\alpha = \dfrac{3}{4}$; $\sin\beta = \dfrac{12}{13}, \tan\beta = \dfrac{12}{5}$. Poiché $\gamma = \pi - (\alpha+\beta)$:
$\tan\gamma = -\tan(\alpha+\beta) = -\dfrac{\frac{3}{4} + \frac{12}{5}}{1 - \frac{3}{4}\cdot\frac{12}{5}} = -\dfrac{63/20}{-16/20} = \dfrac{63}{16}$.

**7** **C** $\tan\theta = \left|\dfrac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right| = \left|\dfrac{2 - (-2)}{1 + 2\cdot(-2)}\right| = \dfrac{4}{3}$.

**8** **A** $y = \cos 2t = 2\cos^2 t - 1 = 2x^2 - 1$, con $x = \cos t \in [-1, 1]$: è un arco di parabola di vertice $(0, -1)$.

**9** **D** Da $\cos t = \dfrac{x}{3}$ e $\sin t = \dfrac{y}{2}$ e da $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$ si ottiene $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$.

**10** **B** Con $u = \sin x$: $2u^2 - 3u + 1 = 0 \Rightarrow u = \dfrac{1}{2}$ oppure $u = 1$. Quindi $x = \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5\pi}{6}, \dfrac{\pi}{2}$: 3 soluzioni.

**11** **C** $\tan x = -\sqrt{3} \Rightarrow x = \dfrac{2\pi}{3} + k\pi$, che in $[0, 2\pi)$ dà $\dfrac{2\pi}{3}$ e $\dfrac{5\pi}{3}$.

**12** **A** $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ per $x = \dfrac{\pi}{3}$ e $x = \dfrac{2\pi}{3}$; il seno è maggiore tra i due: $\dfrac{\pi}{3} < x < \dfrac{2\pi}{3}$.

**13** **D** $\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \dfrac{64 + 81 - 49}{144} = \dfrac{96}{144} = \dfrac{2}{3}$.

**14** Si distinguono per dominio, verso e valori agli estremi: $y = \arcsin x$ cresce da $-\frac{\pi}{2}$ a $\frac{\pi}{2}$ su $[-1, 1]$; $y = \arccos x$ decresce da $\pi$ a 0 su $[-1, 1]$; $y = \arctan x$ è definita su tutto $\mathbb{R}$ con asintoti $y = \pm\frac{\pi}{2}$; $y = -\arcsin x$ decresce da $\frac{\pi}{2}$ a $-\frac{\pi}{2}$ su $[-1, 1]$.
**a**→B **b**→D **c**→C **d**→A

**15** **VFVVFF** **a** V ($\alpha + \beta = \pi - \gamma$). **b** F ($\cos(\pi - \gamma) = -\cos\gamma$). **c** V ($3^2 + 4^2 = 5^2$: l'angolo è retto). **d** V ($m \cdot m' = -1$). **e** F (nessuna soluzione, perché $|\sin x| \le 1$). **f** F (è definita su tutto $\mathbb{R}$).

**16** $A=(0,0), \quad C=(b,0), \quad B=(c\cos\alpha,\ c\sin\alpha)$

$a^2 = BC^2 = (c\cos\alpha - b)^2 + (c\sin\alpha)^2$

$= c^2\cos^2\alpha - 2bc\cos\alpha + b^2 + c^2\sin^2\alpha = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

**17** $\tan(\alpha-\beta) = \dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)} = \dfrac{\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta}$. Dividendo numeratore e denominatore per $\cos\alpha\cos\beta \neq 0$ si ottiene $\dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$.

**18** **C** Per il teorema dei seni i lati sono proporzionali a $3k, 5k, 7k$. L'angolo maggiore è opposto al lato $7k$: $\cos\gamma = \dfrac{9+25-49}{2\cdot 3\cdot 5} = -\dfrac{1}{2}$, quindi $\gamma = 120°$.

**19** **D** $\cos\beta = \dfrac{13^2+14^2-15^2}{2\cdot 13\cdot 14} = \dfrac{140}{364} = \dfrac{5}{13}$, quindi $\sin\beta = \sqrt{1-\dfrac{25}{169}} = \dfrac{12}{13}$.

**20** **B** $\tan\alpha + \cot\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha\cos\alpha} = \dfrac{2}{\sin 2\alpha} = 3 \Rightarrow \sin 2\alpha = \dfrac{2}{3}$. Allora $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha = 1 - \dfrac{1}{2}\sin^2 2\alpha = 1 - \dfrac{2}{9} = \dfrac{7}{9}$.