Integrazione per parti

$$\int \underbrace{f(x)}_{\text{FATTORE FINITO}} \cdot \underbrace{g'(x)}_{\text{FATTORE DIFFERENZIALE}} \, dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x)\, g(x)\, dx$$

ESEMPIO

$$\int x \cdot \cos x \, dx$$

Come primo passaggio devo scegliere il fattore finito e quello differenziale.

$g'(x) = \cos x$

$f(x) = x$

Quindi procedo a svolgere l'integrale:

$$\int x \cdot \cos x \, dx = x \cdot \sin x - \int 1 \cdot \sin x$$

$$= x \cdot \sin x - (-\cos x) + C = x \cdot \sin x + \cos x + C$$

In alcuni casi l'integrazione per parti deve essere applicata più volte. Il secondo integrale potrebbe contenere a sua volta un fattore finito e un fattore differenziale.

In generale è possibile utilizzare la tecnica dell'integrazione per parti tutti quelli nella forma:

Caso in cui il polinomio è il fattore finito: $f(x) = p(x)$, e $g'(x)$ è l'altra funzione.

$\int p(x) \sin x \, dx$	$\int p(x) \cos x \, dx$	$\int p(x)\, e^x \, dx$

Caso inverso: il polinomio è il fattore differenziale, $g'(x) = p(x)$, e $f(x)$ è l'altra funzione.

$\int p(x) \ln x \, dx$	$\int p(x) \operatorname{arctg} x \, dx$	$\int p(x) \arcsin x \, dx$
Con $p(x) = 1$		
$\int \ln x \, dx$	$\int \operatorname{arctg} x \, dx$	$\int \arcsin x \, dx$

NB: $p(x)$ indica un generico polinomio.

Integrali per parti iterativi

$$\begin{aligned}\int e^x \cdot \sin x\, dx &= e^x(-\cos x) - \int e^x \cdot (-\cos x)\, dx \\ &= e^x(-\cos x) + \int e^x \cdot \cos x\, dx = \\ &= -e^x \cos x + \left(e^x \sin x - \int e^x \sin x\, dx\right)\end{aligned}$$

Pongo	$I = \int e^x \sin x\, dx$
Quindi	$I = -e^x \cos x + (e^x \sin x - I)$ $2I = e^x(\sin x - \cos x)$
E in definitiva	$\int e^x \cdot \sin x\, dx = \dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2}$