



INFOMAAT
CENTRO RIPETIZIONI
SINCE 2011



STATISTICA · UNIVERSITÀ · ESERCIZI SVOLTI

Stima della media della popolazione

Cinque esercizi svolti su intervalli di confidenza per la media e dimensione minima del campione: quando usare z , quando usare t , e come l'incertezza su σ cambia i numeri.

Intervalli di confidenza

Distribuzione t

Dimensione del campione

INFOMAAT — Centro di ripetizioni

Matematica e fisica · liceo e università · dal 2011

infomaat.it

Intervalli di confidenza per la media

A partire da una media campionaria $\bar{x}$ vogliamo dire entro quale intervallo cade, con una certa probabilità, la media vera μ della popolazione. La scelta tra z e t dipende da cosa sappiamo su σ .

Σ NOTA OPPURE CAMPIONE GRANDE ($n \geq 30$)

Si usa la normale z .

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Σ IGNOTA E CAMPIONE PICCOLO ($n < 30$)

Si stima σ con s e si usa t con $g = n - 1$.

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2; n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

DIMENSIONE MINIMA DEL CAMPIONE

Fissata la **precisione** E (semiampiezza dell'intervallo, il " $\pm$ "), si impone $z_{\alpha/2} \sigma / \sqrt{n} \leq E$ e si ricava:

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \sigma}{E} \right)^2$$

Se σ è ignota la si stima con la s di un campione pilota e si usa $t_{\alpha/2; n_0-1}$ al posto di z . Il risultato si arrotonda **sempre per eccesso**.

VALORI CRITICI USATI

Normale: $z_{0,05} = 1,645$ (90%), $z_{0,025} = 1,96$ (95%), $z_{0,005} = 2,576$ (99%). Student al 95%: $t_{0,025; 6} = 2,447$, $t_{0,025; 14} = 2,145$, $t_{0,025; 19} = 2,093$. Più piccolo è il campione, più t supera z : l'intervallo si allarga.



PROBLEMA 1

Globuli rossi: IC al 99%

CONSEGNA

In un campione di 154 persone il numero medio di globuli rossi è $\bar{x} = 5,09$ milioni/mm³ con deviazione standard $s = 1,45$. Assumendo distribuzione normale, stimare l'intervallo di confidenza al **99%** per la media μ .

1 MODELLO

Campione **grande** ($n = 154 \geq 30$): si usa la normale con $z_{0,005} = 2,576$.

2 INTERVALLO

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} = 5,09 \pm 2,576 \cdot \frac{1,45}{\sqrt{154}} = 5,09 \pm 0,30$$

CONCLUSIONE

Con il 99% di confidenza $\mu \in [4,79; 5,39]$ milioni/mm³, cioè $5,1 \pm 0,3$.

PROBLEMA 2

Dieta dimagrante: IC al 95%

CONSEGNA

20 pazienti seguono una dieta; dopo 30 giorni la riduzione media di peso è $\bar{x} = 3,5$ kg con $s = 1,2$ kg. Assumendo normalità, stimare l'IC al **95%** per la riduzione media nella popolazione.

1 MODELLO

Campione **piccolo** ($n = 20 < 30$) e σ ignota: si usa t con $g = 19$, $t_{0,025; 19} = 2,093$.

2 INTERVALLO

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2; n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} = 3,5 \pm 2,093 \cdot \frac{1,2}{\sqrt{20}} = 3,5 \pm 0,56$$

CONCLUSIONE

Con il 95% di confidenza la riduzione media è $\mu \in [2,94; 4,06]$ kg, cioè $3,5 \pm 0,56$ kg.



PROBLEMA 3

Antipiretico: IC al 95%

CONSEGNA

Su 15 pazienti febbricitanti si misura la temperatura prima e dopo un antipiretico: riduzione media $\bar{x} = 1,75^\circ\text{C}$ con $s = 0,63^\circ\text{C}$. Stimare l'IC al 95% per la riduzione media di temperatura.

1 MODELLO

Campione **piccolo** ($n = 15 < 30$) e σ ignota: t con $g = 14$, $t_{0,025; 14} = 2,145$. Si lavora sulle riduzioni (dati appaiati).

2 INTERVALLO

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2; n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} = 1,75 \pm 2,145 \cdot \frac{0,63}{\sqrt{15}} = 1,75 \pm 0,35$$

CONCLUSIONE

Con il 95% di confidenza la riduzione media è $\mu \in [1,40; 2,10]^\circ\text{C}$, cioè $1,75 \pm 0,35^\circ\text{C}$.

PROBLEMA 4

Dimensione del campione (σ nota)

CONSEGNA

Quale dimensione minima del campione serve per stimare la glicemia media di una popolazione con confidenza 95% e precisione $E = 2,5$ mg, sapendo che la deviazione standard della popolazione è $\sigma = 10$ mg?

1 MODELLO

σ è nota $\rightarrow$ si usa $z_{0,025} = 1,96$.

2 CALCOLO

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \sigma}{E} \right)^2 = \left(\frac{1,96 \cdot 10}{2,5} \right)^2 = 7,84^2 = 61,5$$

CONCLUSIONE

Arrotondando per eccesso servono almeno 62 soggetti.



PROBLEMA 5

Dimensione del campione (σ ignota)

CONSEGNA

Come il problema 4, ma σ è **ignota**: da un campione pilota di 7 elementi si ottiene $s = 14$ mg. Quale dev'essere ora la dimensione minima? E se fosse $s = 10$ mg? Commenta i risultati.

1 MODELLO

Non conoscendo σ la si stima con la s del pilota e si usa t con $g = n_0 - 1 = 6$: $t_{0,025;6} = 2,447$ (più grande di **1,96**).

2 CALCOLO NEI DUE SCENARI

$$S = 14 \text{ MG} \\ n = \left(\frac{2,447 \cdot 14}{2,5} \right)^2 = 187,8 \rightarrow 188$$

$$S = 10 \text{ MG} \\ n = \left(\frac{2,447 \cdot 10}{2,5} \right)^2 = 95,8 \rightarrow 96$$

! COMMENTO — PERCHÉ I NUMERI SALGONO

A parità di dispersione ($s = 10$) servono **96** soggetti invece di **62**: non conoscere σ e affidarsi a un piccolo pilota costringe a usare $t_{0,025;6} = 2,447$ al posto di $z = 1,96$, e questo gonfia la dimensione richiesta. Con una dispersione stimata maggiore ($s = 14$) il campione sale ancora, a **188**. In pratica: più incertezza su σ (e più variabilità) $\rightarrow$ più dati servono.

SCHEMA RIASSUNTIVO

L'intervallo ha sempre forma $\bar{x} \pm (\text{valore critico}) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$. Si usa z se σ è nota o $n \geq 30$ (P1), si usa t_{n-1} se σ è ignota e $n < 30$ (P2, P3). Per la dimensione del campione si inverte la formula: $n = (\text{critico} \cdot \sigma / E)^2$, con z se σ è nota (P4) o t del pilota se è ignota (P5).

