



INFOMAAT
CENTRO RIPETIZIONI
SINCE 2011



STATISTICA · EPIDEMIOLOGIA · ESERCIZI SVOLTI

Epidemiologia inferenziale e test di ipotesi

Sette casi pratici: test del chi-quadro (omogeneità, conformità, indipendenza), riconoscimento del disegno di studio e calcolo delle misure di frequenza e di rischio — RR, OR, rischio attribuibile, NNT.

Coorte · caso-controllo · RCT

RR · OR · NNT

Chi-quadro

INFOMAAT — Centro di ripetizioni

Matematica e fisica · liceo e università · dal 2011

infomaat.it

Disegni di studio e misure

Il disegno dello studio determina quali misure si possono calcolare. Si parte dal fattore di rischio (FR) o dalla malattia?

Coorte

Osservazionale, **prospettico**. Si parte dall'esposizione e si misura l'incidenza della malattia.
→ incidenza, **RR**, **RA**.

Caso-controllo

Osservazionale, **retrospettivo**. Si parte dalla malattia e si guarda l'esposizione passata. → solo **OR** (no incidenza).

Sperimentale (RCT)

L'intervento è **assegnato a caso**.
→ riduzione del rischio **RAR** e **NNT**.

MISURE DI FREQUENZA E DI RISCHIO – TABELLA 2×2 CON FR (RIGHE) E MALATTIA (COLONNE)

$$IA_e = \frac{a}{a+b} \quad IA_0 = \frac{c}{c+d} \quad RA = IA_e - IA_0 \quad RA\% = \frac{IA_e - IA_0}{IA_e}$$

$$RR = \frac{IA_e}{IA_0} \quad OR = \frac{ad}{bc} \quad NNT = \frac{1}{RAR} \quad RAR = |IA_0 - IA_e|$$

RR o **OR** > 1: fattore di **rischio**; = 1: nessuna associazione; < 1: fattore **protettivo**. **NNT**: quanti pazienti trattare per evitare un evento.

1 TRE USI DEL CHI-QUADRO

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}, \quad E = \frac{\text{tot. riga} \cdot \text{tot. colonna}}{n}$$

Omogeneità: stessa domanda su più campioni, $g = (r - 1)(c - 1)$. **Conformità**: osservato vs teorico, $g = k - 1$. **Indipendenza**: associazione tra due variabili, tabella 2×2 , $g = 1$. Si rifiuta H_0 se $\chi^2 > \chi^2_{\text{tab}}$.



PROBLEMA 1

Omogeneità tra aree sanitarie

Chi-quadro · omogeneità

CONSEGNA

Tre aree (Nord, Sud, Est), 40 residenti ciascuna, rispondono se l'organizzazione del Sistema Sanitario è un problema. I tre campioni sono omogenei nelle opinioni?

Area	No	Sì	Dubbio	Non sa	Tot
Nord	5 (8,7)	31 (24)	2 (4,3)	2 (3)	40
Sud	10 (8,7)	21 (24)	4 (4,3)	5 (3)	40
Est	11 (8,7)	20 (24)	7 (4,3)	2 (3)	40
Tot	26	72	13	9	120

H_0 : le tre aree hanno la stessa distribuzione di opinioni (omogenee). $E = \frac{40 \cdot \text{tot. col.}}{120}$; $g = (4-1)(3-1) = 6$.

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E} = 10,4 \quad \chi^2_{0,05; 6} = 12,59$$

INTERPRETAZIONE

$\chi^2 = 10,4 < 12,59$ ($p \approx 0,11$): non si rifiuta H_0 . I tre campioni sono **omogenei**: l'opinione sul Sistema Sanitario non dipende dall'area di residenza.

PROBLEMA 2

Conformità della distribuzione per età

Chi-quadro · conformità

CONSEGNA

Casi annuali di un virus per fascia d'età: bambini 200, giovani 800, adulti 900, anziani 1100 (tot 3000). La distribuzione è conforme a quella attesa, in proporzione 2:3:4:5 (media degli ultimi 10 anni)?

	Bamb.	Giov.	Adulti	Anz.	Tot
Osservati	200	800	900	1100	3000
Attesi	428,6	642,9	857,1	1071,4	3000

H_0 : la distribuzione osservata è conforme a quella teorica. Attesi = $3000 \cdot \frac{\text{prop.}}{14}$; $g = k - 1 = 3$.

$$\chi^2 = \frac{(200-428,6)^2}{428,6} + \frac{(800-642,9)^2}{642,9} + \frac{(900-857,1)^2}{857,1} + \frac{(1100-1071,4)^2}{1071,4} = 163,2$$

INTERPRETAZIONE

$\chi^2 = 163,2 \gg \chi^2_{0,001; 3} = 16,27$ ($p < 0,001$): si rifiuta H_0 . La distribuzione osservata **non** è conforme a quella attesa: i bambini sono molto meno colpiti del previsto.



PROBLEMA 3

Apgar basso e mortalità neonatale

Studio di coorte · prospettico

CONSEGNA

467 neonati di basso peso seguiti per 1 anno. Con Apgar 0-3 ($n = 122$) muoiono 42; con Apgar 4-6 ($n = 345$) muoiono 43. Apgar basso è un fattore di rischio?

	Morte sì	Morte no	Tot
Apgar 0-3	42 (22,2)	80 (99,8)	122
Apgar 4-6	43 (62,8)	302 (282,2)	345
Tot	85	382	467

IA _e	42/122 = 0,344
IA _o	43/345 = 0,125
RR	0,344/0,125 = 2,76
RA	0,220 (RA% 64%)
DI	85/467 = 0,18

Ipotesi. H_0 : nessuna associazione; H_1 : l'Apgar 0-3 moltiplica il rischio di morte (per $\approx 2,8$). Test χ^2 , $g = 1$.

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E} = 29,2 \quad (> 3,84)$$

INTERPRETAZIONE

$\chi^2 = 29,2$, $p < 0,001$: si rifiuta H_0 . L'Apgar basso è un **fattore di rischio**: chi nasce con punteggio 0-3 ha un rischio di morte nel primo anno circa **2,8 volte** maggiore.

PROBLEMA 4

Sindrome di Reye e acido acetilsalicilico

Studio caso-controllo · retrospettivo

CONSEGNA

49 bambini ricoverati: 27 con sindrome di Reye (casi), di cui 26 trattati con aspirina; 22 senza Reye (controlli), di cui 6 con aspirina. L'aspirina è associata alla sindrome?

	Reye sì	Reye no	Tot
Aspirina sì	26 (17,6)	6 (14,4)	32
Aspirina no	1 (9,4)	16 (7,6)	17
Tot	27	22	49

Disegno	caso-controllo
IA, RR	non calcolabili
OR	(26·16)/(6·1) = 69,3
l'esposizione è molto più frequente nei casi	

Ipotesi. H_0 : nessuna associazione; H_1 : l'aspirina aumenta fortemente il rischio di sindrome di Reye. Test χ^2 , $g = 1$.

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E} = 25,5 \quad (> 3,84)$$

INTERPRETAZIONE

$\chi^2 = 25,5$, $p < 0,001$: si rifiuta H_0 . Forte **associazione**: l' $OR = 69,3$ indica che l'uso di aspirina è enormemente più frequente tra i casi (storicamente alla base della sconsigliata somministrazione ai bambini).



PROBLEMA 5

Sovrappeso e osteoporosi

Studio di coorte · prospettico

CONSEGNA

80 donne di 45 anni, 30 in sovrappeso, seguite per 15 anni. Sviluppano osteoporosi 5 delle sovrappeso e 10 delle normopeso. Il sovrappeso è associato all'osteoporosi?

	Osteop. sì	Osteop. no	Tot
Sovrappeso	5 (5,6)	25 (24,4)	30
Normopeso	10 (9,4)	40 (40,6)	50
Tot	15	65	80

IA _e	5/30 = 0,167
IA _o	10/50 = 0,200
RR	0,167/0,200 = 0,83
	RR < 1 → forse protettivo
RA%	-20%

Ipotesi. H_0 : nessuna associazione; H_1 : il sovrappeso modifica il rischio di osteoporosi. Test $\chi^2, g = 1$.

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E} = 0,14 \quad (< 3,84)$$

INTERPRETAZIONE

$\chi^2 = 0,14, p \approx 0,71$: non si rifiuta H_0 . Anche se $RR = 0,83$ suggerisce una direzione protettiva, l'associazione non è significativa: con questi dati non si può affermare alcun legame tra sovrappeso e osteoporosi.

PROBLEMA 6

Sondino nasogastrico e infezione (caso-controllo)

Studio caso-controllo · retrospettivo

CONSEGNA

50 pazienti con infezione gastrointestinale (casi) e 80 senza (controlli). Avevano il sondino nasogastrico 49 casi e 3 controlli. C'è relazione? (stesso scenario del dossier chi-quadro, qui in chiave epidemiologica)

	Infez. sì	Infez. no	Tot
Sondino sì	49 (20)	3 (32)	52
Sondino no	1 (30)	77 (48)	78
Tot	50	80	130

Disegno	caso-controllo
IA, RR	non calcolabili
OR	(49·77)/(3·1) = 1258
	esposizione quasi esclusiva dei casi

Ipotesi. H_0 : nessuna associazione; H_1 : il sondino aumenta il rischio di infezione. Test $\chi^2, g = 1$.

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E} = 113,9 \quad (> 3,84)$$

INTERPRETAZIONE

$\chi^2 = 113,9, p < 0,001$: si rifiuta H_0 . L'OR enorme conferma una **forte associazione** tra sondino nasogastrico e infezione gastrointestinale.



PROBLEMA 7

Mindfulness e ansia (NNT)

Studio sperimentale · RCT

CONSEGNA

RCT su 1224 pazienti obesi: 624 al gruppo mindfulness, 600 al controllo. A un anno migliorano (calo ≥ 4 punti HADS) 300 del gruppo mindfulness e 200 del controllo. Calcolare e interpretare l'NNT.

	Successo	Insucc.	Tot
Mindfulness	300	324	624
Controllo	200	400	600
Tot	500	724	1224

Insucc. MF	$324/624 = 0,519$
Insucc. ctrl	$400/600 = 0,667$
RAR	$0,667 - 0,519 = 0,147$
NNT	$1/0,147 = 6,8 \rightarrow 7$

L'NNT si calcola come reciproco della riduzione assoluta del rischio (di insuccesso): $RAR = IA_0 - IA_e = 0,147$, quindi $NNT = 1/RAR$.

INTERPRETAZIONE

$NNT \approx 6,8$: bisogna trattare circa **7 pazienti** col programma di mindfulness perché **uno in più** ottenga il miglioramento rispetto al solo controllo. Più l'NNT è piccolo, più l'intervento è efficace.

