



INFOMAAT
CENTRO RIPETIZIONI
SINCE 2011

UNIVERSITÀ · STATISTICA E PROBABILITÀ

Stima, intervalli di confidenza e dimensione del campione

Esercitazione svolta — 8 problemi su intervalli di
confidenza per medie e proporzioni e calcolo della
dimensione campionaria, con diagrammi e soluzioni passo
passo.

8 problemi · intervalli e dimensione campione · soluzioni complete

Otto problemi di stima e intervalli di confidenza

Ogni problema riporta la consegna riformulata in italiano e una soluzione completa. Per gli intervalli un diagramma sulla retta mostra la stima puntuale, gli estremi e il margine di errore.

1	Conta eritrocitaria media	IC MEDIA (Z)
2	Riduzione di peso con la dieta	IC MEDIA (T)
3	Efficacia di un antipiretico	IC MEDIA (T)
4	Proporzione di ipertesi	IC PROPORZIONE
5	Opinione degli studenti	IC PROPORZIONE
6	Allattamento al seno	IC PROPORZIONE
7	Dimensione del campione — proporzione	DIMENSIONE N
8	Dimensione del campione — media	DIMENSIONE N

PROMEMORIA DI METODO

IC per una media (campione grande o σ nota): $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; con n grande si usa s al posto di σ .

IC per una media (campione piccolo, σ ignota): $\bar{x} \pm t_{n-1; 1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$.

IC per una proporzione: $\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$.

Dimensione del campione: media $n = \frac{z^2 \sigma^2}{e^2}$, proporzione $n = \frac{z^2 pq}{e^2}$. Si arrotonda sempre per eccesso. Valori critici: $z = 1.96$ (95%), $z = 2.576$ (99%).

ESERCIZIO 1 ★★☆☆

Conta eritrocitaria media

In un campione di **154 persone** il numero medio di eritrociti per mm^3 risulta **5,09 milioni**, con deviazione standard **1,45**. La variabile segue una distribuzione normale.

Stima l'intervallo di confidenza al **99%** per la media della popolazione.

SOLUZIONE

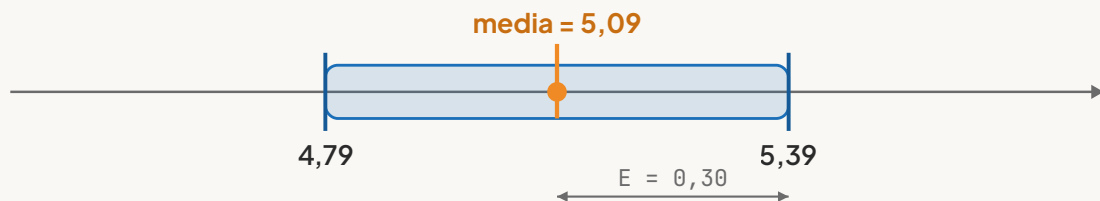
Cerchiamo un IC per la media. Con $n = 154$ (campione grande) usiamo l'approssimazione normale, sostituendo s a σ :

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Per il 99% il valore critico è $z_{\alpha/2} = 2.576$. L'errore standard e il margine sono:

$$SE = \frac{1.45}{\sqrt{154}} = 0.1168, \quad E = 2.576 \cdot 0.1168 = 0.301$$

Eritrociti (milioni/ mm^3) – IC 99%



Quindi 5.09 ± 0.30 , cioè l'intervallo $[4.79; 5.39]$ milioni/ mm^3 .

RISULTATO

IC 99% media $[4.79; 5.39]$ milioni/ mm^3

ESERCIZIO 2 ★★☆☆

Riduzione di peso con la dieta

20 pazienti seguono una dieta dimagrante. Dopo 30 giorni la riduzione media di peso è **3,5 kg**, con deviazione standard **1,2 kg**.

Stima l'intervallo di confidenza al **95%** per la riduzione media di peso nella popolazione.

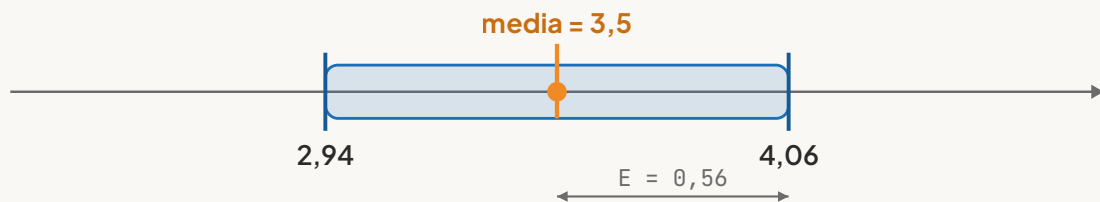
SOLUZIONE

Il campione è piccolo ($n = 20$) e σ è ignota: usiamo la **t di Student** con $n - 1 = 19$ gradi di libertà:

$$\bar{x} \pm t_{19; 0.975} \frac{s}{\sqrt{n}}, \quad t_{19; 0.975} = 2.093$$

$$SE = \frac{1.2}{\sqrt{20}} = 0.2683, \quad E = 2.093 \cdot 0.2683 = 0.562$$

Riduzione di peso (kg) — IC 95%



Quindi 3.5 ± 0.56 , cioè $[2.94; 4.06]$ kg.

RISULTATO

IC 95% media $[2.94; 4.06]$ kg

ESERCIZIO 3 ★★☆☆

Efficacia di un antipiretico

A **15 pazienti** febbrili si misura la temperatura prima e dopo un antipiretico: la riduzione media è **1,75 °C** con deviazione standard **0,63 °C**.

Stima l'intervallo di confidenza al **95%** per la riduzione media di temperatura nella popolazione.

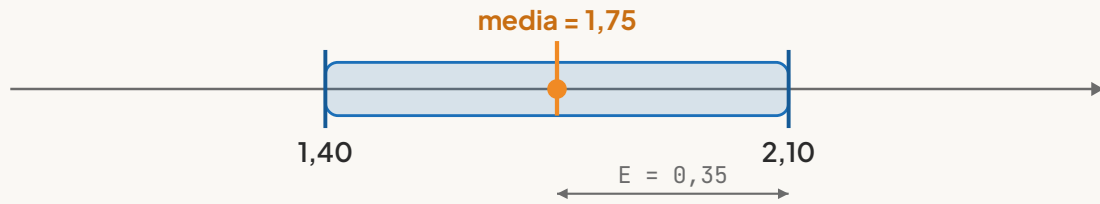
SOLUZIONE

Lavoriamo sulle differenze prima-dopo. Con $n = 15$ piccolo e σ ignota usiamo la **t** con 14 gradi:

$$\bar{x} \pm t_{14; 0.975} \frac{s}{\sqrt{n}}, \quad t_{14; 0.975} = 2.145$$

$$SE = \frac{0.63}{\sqrt{15}} = 0.1627, \quad E = 2.145 \cdot 0.1627 = 0.349$$

Riduzione di temperatura (°C) — IC 95%



Quindi 1.75 ± 0.35 , cioè $[1.40; 2.10]$ °C.

RISULTATO

IC 95% media $[1,40; 2,10]$ °C

ESERCIZIO 4 ★★☆☆

Proporzione di ipertesi

In un campione casuale di **200 soggetti**, **35** risultano ipertesi.

Stima l'intervallo di confidenza al **95%** per la proporzione di ipertesi nella popolazione.

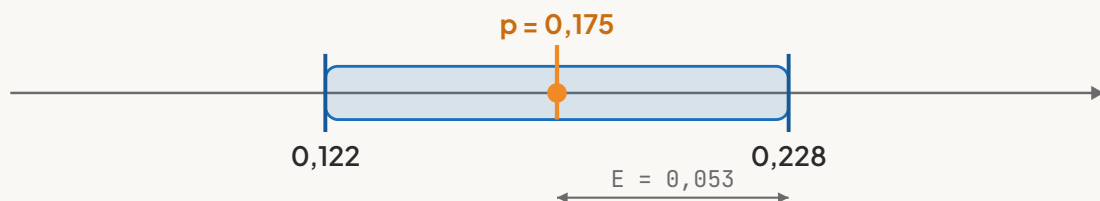
SOLUZIONE

La proporzione campionaria è $\hat{p} = \frac{35}{200} = 0.175$. L'IC per una proporzione è:

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}, \quad z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$SE = \sqrt{\frac{0.175 \cdot 0.825}{200}} = 0.0269, \quad E = 1.96 \cdot 0.0269 = 0.053$$

Proporzione di ipertesi — IC 95%



Quindi 0.175 ± 0.053 , cioè $[0.122; 0.228]$ (dal **12,2%** al **22,8%**).

RISULTATO

IC 95% proporzione [12,2%; 22,8%]

ESERCIZIO 5 ★★☆☆

Opinione degli studenti

In un campione casuale di **130 studenti**, **75** sono favorevoli a una determinata proposta di legge.

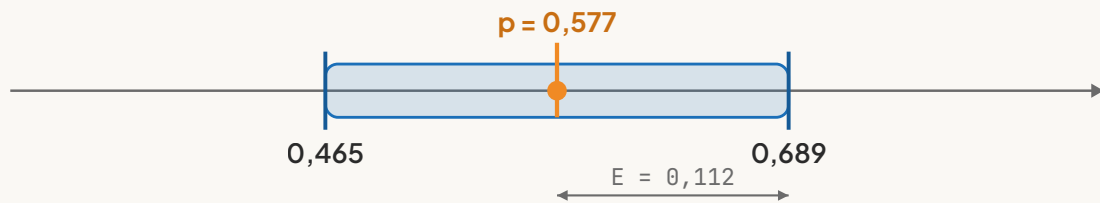
Stima con confidenza del **99%** la proporzione di studenti favorevoli nell'intera facoltà.

SOLUZIONE

Proporzione campionaria di favorevoli: $\hat{p} = \frac{75}{130} = 0.577$. Al 99% il valore critico è $z_{\alpha/2} = 2.576$.

$$SE = \sqrt{\frac{0.577 \cdot 0.423}{130}} = 0.0433, \quad E = 2.576 \cdot 0.0433 = 0.112$$

Proporzione di favorevoli — IC 99%



Quindi 0.577 ± 0.112 , cioè [0.465; 0.689] (dal **46,5%** al **68,9%**).

Per differenza, la proporzione dei contrari è stimata nell'intervallo [31,1%; 53,5%].

RISULTATO

IC 99% favorevoli [46,5%; 68,9%]

ESERCIZIO 6 ★★☆☆

Allattamento al seno

In un campione di **300 madri**, **93** hanno praticato l'allattamento al seno.

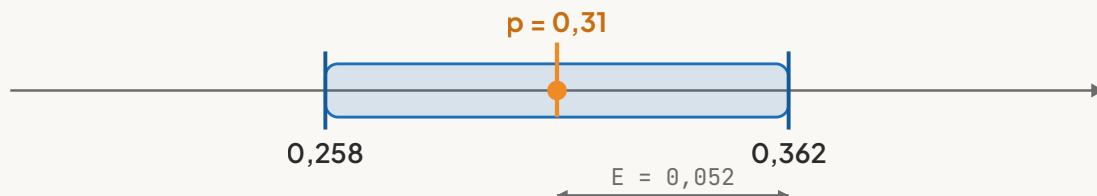
Stima l'intervallo di confidenza al **95%** per la proporzione di madri che allattano al seno.

SOLUZIONE

Proporzione campionaria: $\hat{p} = \frac{93}{300} = 0.31$. Con $z_{\alpha/2} = 1.96$:

$$SE = \sqrt{\frac{0.31 \cdot 0.69}{300}} = 0.0267, \quad E = 1.96 \cdot 0.0267 = 0.052$$

Proporzione di allattamento — IC 95%



Quindi 0.31 ± 0.052 , cioè $[0.258; 0.362]$ (dal **25,8%** al **36,2%**).

RISULTATO

IC 95% proporzione $[25,8\%; 36,2\%]$

ESERCIZIO 7 ★★★

Dimensione del campione — proporzione

Si vuole studiare l'influenza del fumo sull'ipertensione. La prevalenza di ipertensione nella popolazione generale è del **15,5%**.

Calcola la dimensione minima del campione, accettando un rischio di errore del **5%** e una precisione del **2,5%**.

SOLUZIONE

Per stimare una **proporzione** con precisione e la dimensione minima è:

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 p q}{e^2}$$

Con $p = 0.155$, $q = 0.845$, $z_{\alpha/2} = 1.96$ e $e = 0.025$:

$$n = \frac{1.96^2 \cdot 0.155 \cdot 0.845}{0.025^2} = \frac{0.5031}{0.000625} = 805.05$$

La dimensione del campione si **arrotonda sempre per eccesso**: servono almeno **806** individui.

RISULTATO

Dimensione minima	$n = 806$
(valore calcolato)	805.05

ESERCIZIO 8 ★★☆☆

Dimensione del campione — media

Si vuole stimare la glicemia media di una popolazione con confidenza del **95%** e precisione di **2,5 mg**, sapendo che la deviazione standard campionaria è **10 mg**.

Calcola la dimensione minima del campione.

SOLUZIONE

Per stimare una **media** con precisione e la dimensione minima è:

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 \sigma^2}{e^2}$$

Con $z_{\alpha/2} = 1.96$, $\sigma = 10$ e $e = 2.5$:

$$n = \frac{1.96^2 \cdot 10^2}{2.5^2} = \frac{384.16}{6.25} = 61.47$$

Arrotondando per eccesso, servono almeno **62** soggetti.

RISULTATO

Dimensione minima	$n = 62$
(valore calcolato)	61.47